

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \prod_{p \text{ prime}} (1 + p^{-1} + p^{-2} + \dots)$$

$$= \prod_{p \text{ prime}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (p^{-1})^n \right)$$

$$= \prod_{p \text{ prime}} \frac{1}{1 - p^{-1}}$$

$$= \frac{1}{\prod_{p \text{ prime}} (1 - p^{-1})}$$

$$\log \left(\prod_{p \text{ prime}} (1 - p^{-1})^{-1} \right) = - \sum_{p \text{ prime}} \ln(1 - p^{-1})$$

$$= \sum_{p \text{ prime}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^{-n}}{n} \leq \sum_{p \text{ prime}} \left(p^{-1} + p^{-1} \cdot \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \sum_{p \text{ prime}} p^{-1}$$

Dus, hvis $\sum_{p \text{ prime}} p^{-1}$ er konvergent

er $\sum \frac{1}{n}$ konvergent \leadsto

Hall of fame E2002